

Gewöhnliche Differentialgleichungen NWI: Präsenzübung 6 -Sophiane Yahiatene-

Aufgabe 1 Sei $A \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^2)$ gegeben durch

$$A(t) = \begin{pmatrix} 1 & \cos(t) \\ \sin(t) & t^2 \end{pmatrix}.$$

Zeige mit dem globalen Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf, dass die Anfangswertaufgabe

$$u'(t) = A(t)u(t), t \in \mathbb{R}, u(t_0) = u_0$$

für alle $u_0 \in \mathbb{R}^2$ genau eine globale Lösung $u \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^2)$ besitzt.

Aufgabe 2 Bestimme das größtmögliche kompakte Intervall $I \subseteq \mathbb{R}$, auf dem nach dem lokalen Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf die Anfangswertaufgabe

$$u'(t) = 1 + u(t)^2, u(0) = 1$$

eindeutig lösbar ist.

Aufgabe 3 Für welche der folgenden Anfangswertaufgaben sind die Voraussetzungen des lokalen Existenz- und Eindeutigkeitssatzes von Picard-Lindelöf erfüllt?

1. $u'(t) = \sin(u(t)^2), u(0) = 1$
2. $u'(t) = 1 + \sqrt{|u(t)|}, u(1) = 0$